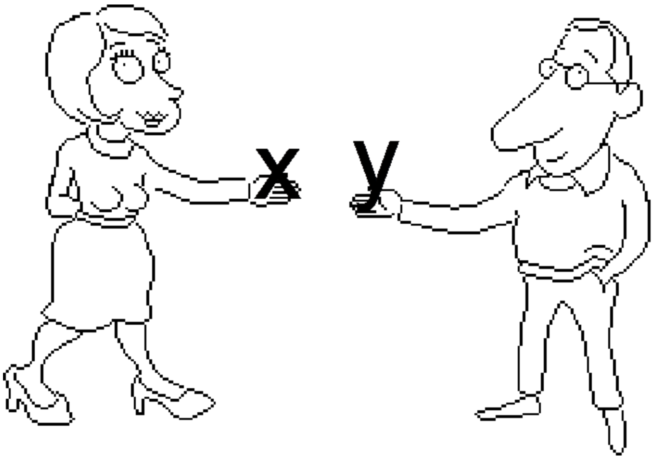
07 3º ESO

Si dispusiera de ocho horas para cortar un árbol, emplearía seis en afilar el hacha

Lincoln



Sistemas

ÍNDICE:

1. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Hay problemas en los que existe más de una incógnita. Es decir, hay varias ecuaciones y varias incógnitas.

A cada incógnita se la designa con una letra diferente.

Por ejemplo, ¿cómo escribiríamos lo siguiente?:

"La suma de dos números es 12 y su diferencia es 2":

$$\left|\begin{array}{l} x - \text{un n°} \\ y - \text{otro n°} \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} x + y = 12 \text{ (la suma 12)} \\ x - y = 2 \text{ (la resta 2)} \end{cases}$$

Resulta un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas: $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$

¿Qué solución tiene este sistema?

Así pues, un sistema de ecuaciones es un conjunto de ecuaciones que se refieren al mismo problema. Estudiaremos los sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.

Dos sistemas son equivalentes si tienen las mismas soluciones. Inventarse dos equivalentes.

Se llama solución al conjuto de valores que sustituidos en las incógnitas verifican las igualdades.

Resolución o método al proceso para llegar a la solución.

El objetivo de todos los métodos es obtener un sistema equivalente en el que aparezca una ecuación con una incógnita.

2. MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Se llama método al proceso que seguimos para resolver un sistema. Es decir, para hallar su solución.

El objetivo de todos los métodos para resolver sistemas de ecuaciones es conseguir una ecuación con una sola incógnita.

El método de sustitución es el más frecuente para resolver sistemas. Es decir, para encontrar su solución.

PASOS A DAR: Veámoslo con el siguiente sistema: $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

1. Se despeja una incógnita en una ecuación. **Fórmula de sustitución.**	$x + y = 5 \longrightarrow x = 5 - y$	• Hemos despejado x en la primera ecuación.
2. Se sustituye en la otra ecuación.	$2\,\mathbf{x} - y = 7$ $2 \cdot (\mathbf{5 - y}) - y = 7$	• Hemos sustituido el valor de x en la segunda ecuación.
3. Se resuelve la ecuación resultante.	$2 \cdot (5 - y) - y = 7$	• Ya tenemos una ecuación con una incógnita que era el objetivo.
4. Se sustituye en la fórmula de sustitución.		
5. Se redacta la solución:	x = y =	

Ejemplo 2.– Resuelve el sistema siguiendo los pasos anteriores: $\begin{cases} -2x + y = 2 \\ 3x + y = 12 \end{cases}$

1. Se despeja una incógnita en una ecuación. **Fórmula de sustitución.**		• Despeja "y" en la primera ecuación.
2. Se sustituye en la otra ecuación.		• Sustituye el valor en la segunda.
3. Se resuelve la ecuación resultante.		• Resuelve la ecuación resultante.
4. Se sustituye en la fórmula de sustitución.		• Sustituye en la primera fórmula obtenida (Punto 1)
5. Se redacta la solución:	x = y =	

3. MÉTODO DE IGUALACIÓN

El objetivo es el mismo, conseguir una ecuación con una sola incógnita. Pero en este método se procede de otra manera.

Vamos a resolver el sistema: $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 2 \end{cases}$

1. Se despeja la misma incógnita en las dos ecuaciones. **Fórmulas de igualación**.	$\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 2 \end{cases}$ Despeje $\begin{vmatrix} \to x = 10 - y \\ \to x = 2 + y \end{vmatrix}$
2. Se igualan ambas incógnitas.	$10 - y = 2 + y$
3. Se resuelve ecuación resultante	
4. Se sustituye el valor hallado en una de las fórmulas del punto nº 1.	
5. Se redacta la solución:	x = y =

Ejemplo 2.– Resuelve el sistema por este método. : $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ -x + y = 1 \end{cases}$

1. Despeja la "y" en las dos ecuaciones. **Fórmulas de igualación**.	
2. Iguala ambos resultados.	
3. Se resuelve ecuación resultante	
4. Se sustituye el valor hallado en una de las fórmulas del punto nº 1.	
5. Se redacta la solución:	

4. MÉTODO DE REDUCCIÓN

Se trata en obtener uno equivalente multiplicando a las ecuaciones por números convenientes y sumando una a otra, de tal manera que en una de las ecuaciones se elimine una incógnita.

Por ejemplo,

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + y = -3 \\ -3x + y = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

Si las ecuaciones contienen denominadores se deben quitar antes de empezar a resolver el sistema.

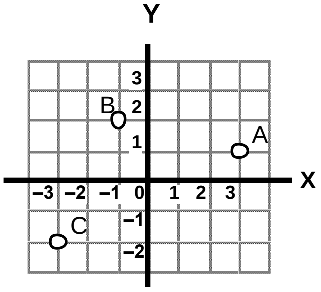
Por ejemplo,

$$\begin{cases} \frac{3}{2}x - 2y = 2 \\ 3x - \frac{5}{2}y = 7 \end{cases}$$

5. MÉTODO GRÁFICO

Ejes cartesianos

• Para situar un punto en el plano necesitamos dar dos referencias: la horizontal y la vertical. Son los ejes cartesianos. Por ejemplo,



• El punto A es el (3, 1).
• El punto B (
• El punto C
• El eje horizontal —X— se llama de abscisas.
• El eje vertical —Y— se llama de ordenadas.
• Todo punto tiene sus dos coordenadas. La abscisa y la ordenada.

Primero se da la coordenada X —horizontal— y después la coordenada Y —vertical—

El eje X se ordena de izda a dcha. Y el eje Y de abajo arriba. El cero es el mismo para los dos ejes y se llama origen de coordenadas.

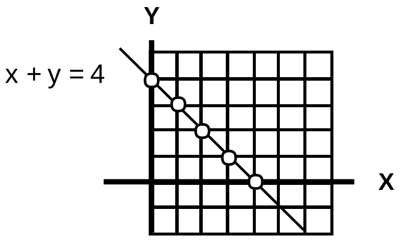
Soluciones de una ecuación con dos incógnitas

Las soluciones de una ecuación con 2 incógnitas forman una recta en el plano.

Por ejemplo las soluciones de la ecuación:

x + y = 4

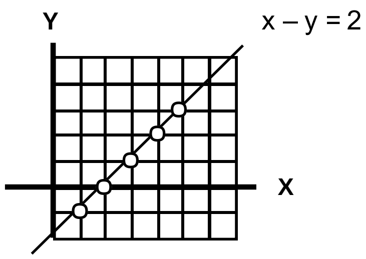
son: (0, 4); (1, 3); (2, 2); (3, 1); (4, 0);… que forman una recta.



Otro ejemplo sería la ecuación:

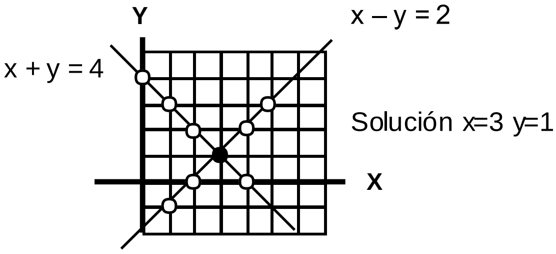
x – y = 2

cuyas soluciones son:



La solución del sistema es el punto de corte de ambas rectas:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$$



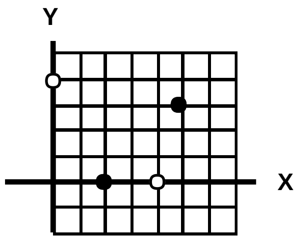
Así pues, para resolver gráficamente un sistema de ecuaciones procederemos de la siguiente manera:

Sea el sistema: $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$

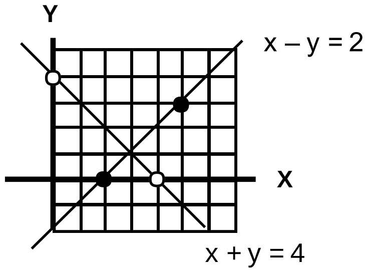
1º Hallar un par de soluciones de cada ecuación y llevarlas al plano:

(0, 4) y (4, 0) de la primera

(2, 0) y (5, 3) de la segunda

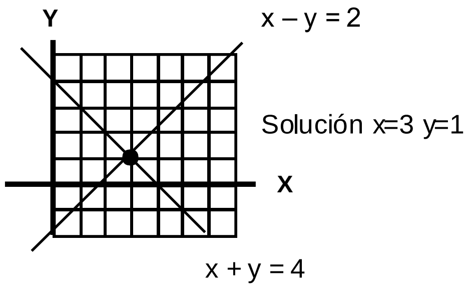


2º Trazar la recta que las contiene:



3º El punto de corte de las dos rectas es la solución del sistema de ecuaciones. Es decir,

$x = 3; y = 1$



Para resolver sistemas de ecuaciones por este método debes usar un papel cuadriculado. Es conveniente que compruebes la solución.

6. PROBLEMAS

Para resolver los problemas procederemos como en los sistemas de una ecuación y una incógnita:

PLANTEAMIENTO:

1. Localizar las incógnitas.

2. Expresar el enunciado en función de ellas
3. Plantear el sistema de ecuaciones

RESOLUCIÓN:

4. Resolverla

Solución:

5. Redactar la solución.

Comprobación:

6. Comprobar la solución.

Ejemplo: Hallar dos números cuya suma es 12 y su diferencia es 2.

Planteamiento	**Resolución**:
1. Incógnitas: $\left\lvert \begin{array}{l} x \text{ –un n°} \\ y \text{ – otro n°} \end{array} \right.$ 2. Expresar el enunciado: $x + y = 12$ (la suma 12) $x - y = 2$ (la resta 2) 3. Plantear $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$	
Solución:	**Comprobación:**

7. RADICALES ALGEBRAICOS

DEFINICIÓN

Son radicales que contienen expresiones algebraicas.

OPERATIVIDAD

Similar a la de los radicales numéricos.

$3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+1} - \sqrt{x+1} =$

$\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} =$

$\dfrac{\sqrt{x^5}}{\sqrt{x}} =$

$\sqrt{x^2 \cdot y} =$

$\sqrt{\dfrac{x^3}{y^2}} =$

$\left(\sqrt[6]{x^2}\right)^3 =$

$\sqrt[3]{\sqrt[2]{x^5}} =$

Simplificar : $\sqrt[2]{x^6} =$

Racionalizar : $\dfrac{7}{\sqrt{3}}, \dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{7}}, \dfrac{5}{1-\sqrt{2}}, \dfrac{8}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1. Invéntate un sistema de dos ecuaciones distintas con dos incógnitas que tenga por solución:

x = 0 e y = 5   Uno posible es:

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

2. Resuelve por el método de sustitución:

$$\begin{cases} x = 2y + 5 \\ 3x - 2y = 19 \end{cases}$$

x = 7; y = 1

1. • Resuelve por el método de sustitución.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

x = 1; y = −3

2. • En un problema, para encontrar el valor de 2 incógnitas, ¿cuántas ecuaciones necesitamos cómo mínimo?

$$\begin{cases} 5x - 4y = 17 \\ 6x - y = 9 \end{cases}$$

MÉTODO DE IGUALACIÓN

MÉTODO DE REDUCCIÓN

3. Resolver el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{3}{2}x - 2y = 2 \\ 3x - \frac{5}{2}y = 7 \end{cases}$$

4. x = 4; y = 2 Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 3x + 3y = -3 \end{cases}$$

x = 2; y = −3

MÉTODO GRÁFICO

PROBLEMAS

5. Los animales de un laboratorio deben mantenerse bajo una dieta estricta. Cada animal recibe 10 gr. de proteínas y 3 gr. de grasas.

Se dispone de dos tipos de alimentos:

Tipo A: 5% de proteínas y 3% de grasas

Tipo B: 10% de proteínas y 1% de grasas

¿Cuántos gramos de alimento de cada tipo deben utilizarse para obtener la dieta correcta de un animal? $0'05x + 0'1y = 10$

$0'03x + 0'01y = 3$

A: 80gr y B: 60gr

OTROS SISTEMAS NO LINEALES

6. Resuelve el sistema y comprueba el resultado. $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x^2 - 7 = y + 2 \end{cases}$

x = 4; y = 7

x = –2; y = –5

7. Resuelve el sistema y comprueba las soluciones: $\begin{cases} x + y = 18 \\ xy = y + 6x + 4 \end{cases}$

(11, 7) y (2, 16)

8. Resuelve el sistema y comprueba las soluciones

$$\begin{cases} y + 8 = x^2 \\ y - 2x = 0 \end{cases}$$

x = –2; y = –4

x = 4; y = 8

9. Resuelve el sistema y comprueba las soluciones $\begin{cases} -x + y = 2 \\ \dfrac{1}{x} - \dfrac{x}{y} = 0 \end{cases}$

x=2, y=4

x=-1, y=1

10. El perímetro de un rectángulo es de 26 cm. y su diagonal mide 10 cm. Calcula la longitud de sus lados.

11. Resuelve el sistema: $\begin{cases} 3x+y^2=7 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{2y}{x+2}=y^2 \end{cases}$

x = 2; y = 1